

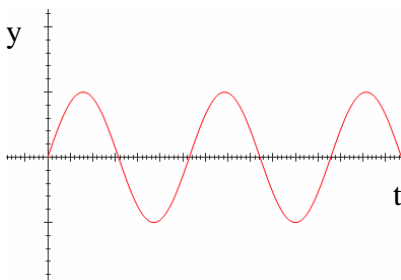
# Mathématiques 30411

## Module 6 (25 cours)

### L'ALGÈBRE - Fonctions trigonométriques - partie 2

◇ Représentation graphique du sinus et du cosinus

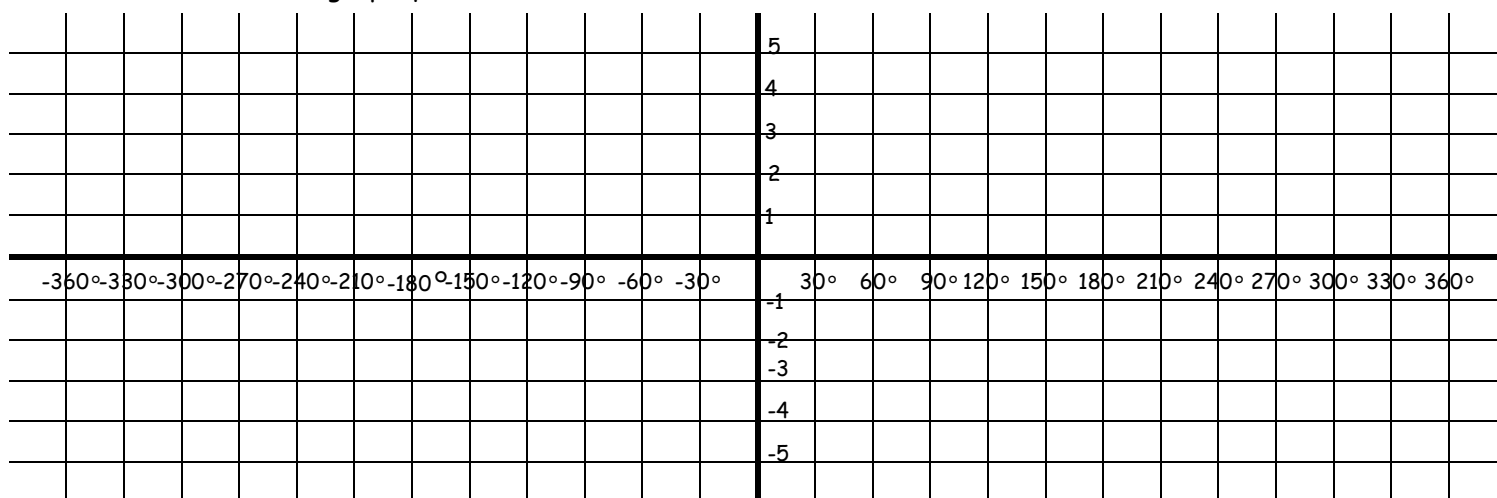
4.3 Au cours du siècle, on a utilisé le vent comme source d'énergie pour différentes choses. Les éoliennes sont des machines à capter l'énergie du vent. Lorsqu'une éolienne tourne, la trajectoire d'un point situé sur une des pales, par rapport à son centre, peut-être représentée en fonction du temps comme suit.



si on remplit le tableau suivant avec des valeurs exactes :

$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\sin \theta$									
$\cos \theta$									
$\theta$	$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$	
$\sin \theta$									
$\cos \theta$									

Place ces valeurs dans le graphique suivant :



1. Quelle est la valeur maximale de  $\sin \theta$  et de  $\cos \theta$ ?
2. Quelles sont les abscisses à l'origine de la fonction  $\sin \theta$ ?

# Mathématiques 30411

Les fonctions qui se répètent sur un intervalle donné de leur domaine sont des fonctions périodiques.

L'intervalle que ça prend avant que le graphique se répète s'appelle la période.

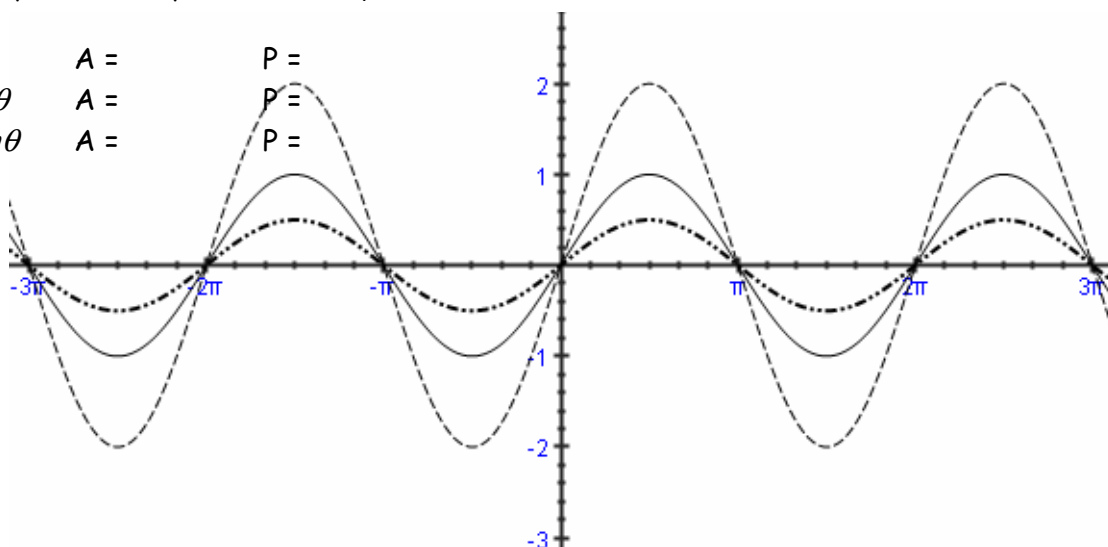
L'amplitude d'une fonction périodique est égale à la moitié de la différence entre sa valeur maximale et sa valeur minimale.

Si on examine les différents graphiques :

$$\text{Si } y = \sin \theta \quad \text{—} \quad y = 2 \sin \theta \quad \text{-----} \quad y = \frac{1}{2} \sin \theta \quad \text{-...-}$$

Indique l'amplitude et la période de chaque fonction?

$$\begin{array}{l} y = \sin \theta \quad A = \quad P = \\ y = 2 \sin \theta \quad A = \quad P = \\ y = \frac{1}{2} \sin \theta \quad A = \quad P = \end{array}$$

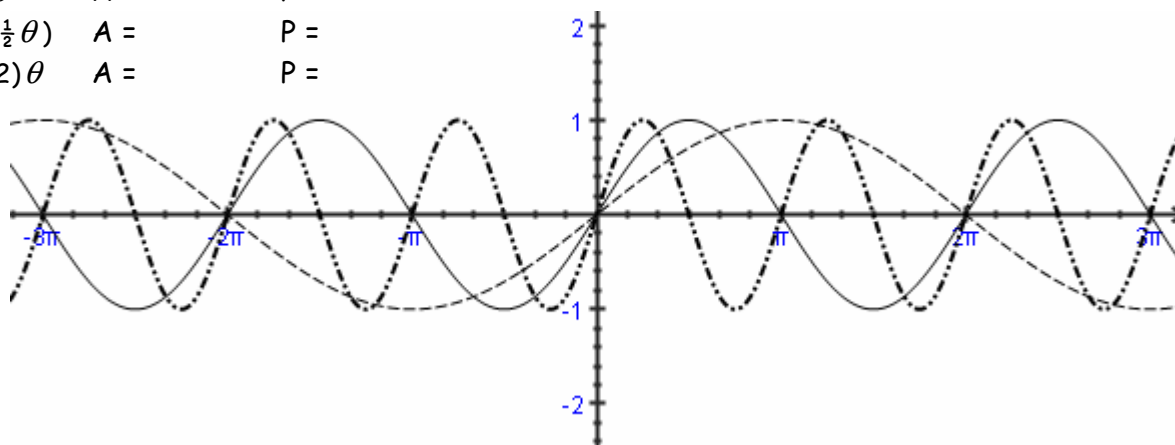


Si on examine les différents graphiques :

$$\text{Si } y = \sin \theta \quad \text{—} \quad y = \sin(\frac{1}{2} \theta) \quad \text{-----} \quad y = \sin(2) \theta \quad \text{-...-}$$

Indique l'amplitude et la période de chaque fonction?

$$\begin{array}{l} y = \sin \theta \quad A = \quad P = \\ y = \sin(\frac{1}{2} \theta) \quad A = \quad P = \\ y = \sin(2) \theta \quad A = \quad P = \end{array}$$



On peut donc conclure que dans les fonctions  $y = a \sin b \theta$

$$A = \frac{|\max - \min|}{2} = |a| \quad \text{et} \quad P = \frac{360^\circ}{|b|} \quad \text{ou} \quad \frac{2\pi}{|b|}, \quad \text{où } b \neq 0$$

\*\*\*Ex 4.3 : p.209 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 48,

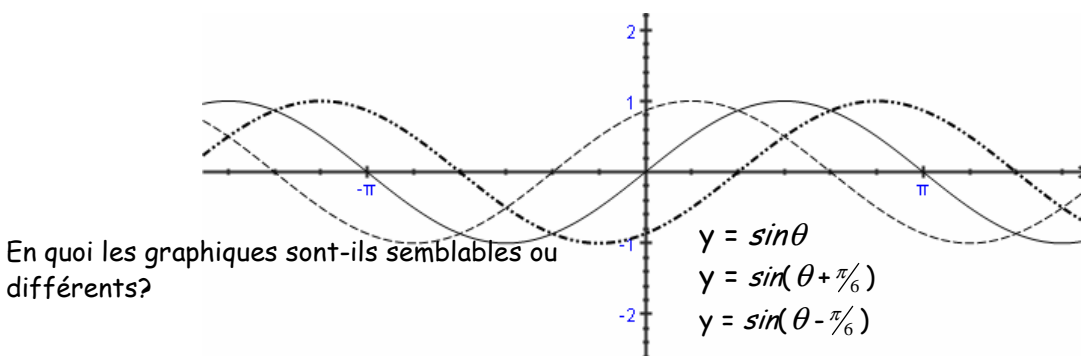
Problèmes écrits 51, 52, 54, 55, 56, 60

# Mathématiques 30411

## 4.4 D'autres transformations des fonctions sinus et cosinus.

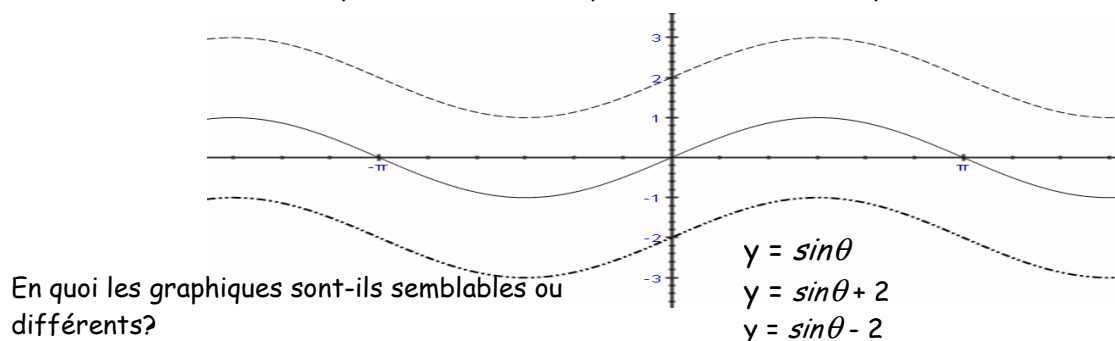
Le diagramme ci-dessous représente trois fonctions sinus.

Si  $y = \sin \theta$  ———  $y = \sin(\theta + \pi/6)$  - - - - -  $y = \sin(\theta - \pi/6)$  - - - - -



Le diagramme ci-dessous représente trois fonctions sinus.

Si  $y = \sin \theta$  ———  $y = \sin \theta + 2$  - - - - -  $y = \sin \theta - 2$  - - - - -



Si on résume ceci :  $y = a \sin b(\theta + k) + h$  ou  $y = a \cos b(\theta + k) + h$

			$y = -3 \sin 2(\theta + \pi) - 1$	$y = \frac{1}{3} \sin(4\theta + \pi) + 2$
<b>Prolongement vertical</b>	Allongement vertical de facteur « a » si $a > 1$ ou $a < -1$ , mais un rétrécissement vertical de facteur « a » si $-1 < a < 1$ .	Le graphique est plus long ou plus court verticalement.		
<b>Prolongement horizontal</b>	Allongement horizontal de facteur « $1/b$ » si $-1 < b < 1$ , mais un rétrécissement horizontal de facteur « $1/b$ » si $b > 1$ ou $b < -1$ .	Le graphique est plus long ou plus court horizontalement.		
<b>Translation horizontale aussi appelé déphasage</b>	Le graphique est déplacé horizontalement de k unités vers la gauche si $k > 0$ ou de k unités vers la droite si $k < 0$ .	Le graphique est le même, mais il est déplacé vers la gauche ou vers la droite.		
<b>Translation verticale</b>	Le graphique est déplacé verticalement de h unités vers la gauche si $h > 0$ ou de h unités vers la droite si $h < 0$ .	Le graphique est le même, mais il est déplacé vers le haut ou vers le bas.		

# Mathématiques 30411

Utilisons les transformations pour représenter graphiquement une fonction sinus.

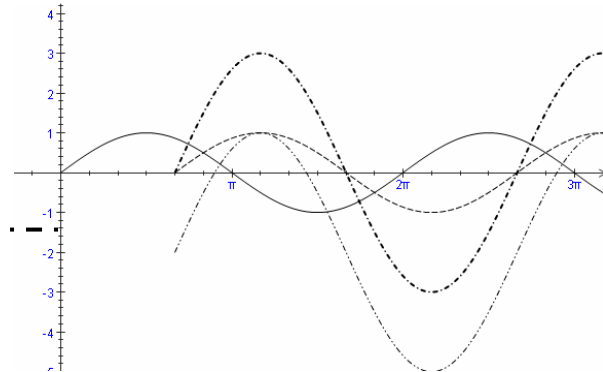
Décris comment on peut utiliser les transformations du graphique de  $y = \sin \theta$  pour représenter graphiquement  $y = 3\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - 2$ . On suit la règle de PEDMAS - (parenthèse, exposant, division, multiplication, addition et soustraction)

Étape 1 : Trace le graphique de  $y = \sin \theta$ . \_\_\_\_\_

Étape 2 : Dans la parenthèse, il y a  $(\theta - \frac{2\pi}{3})$ , ce qui signifie une translation horizontale de  $\frac{2\pi}{3}$  unités vers la droite.....

Étape 3 : Le coefficient numérique 3 indique une amplitude de 3. - - - - -

Étape 4 : le terme à la fin, -2, indique un déplacement vertical de 2 unités vers le bas. - - - - -



Ex : Analysons une fonction sinus.

L'équation  $y = 2\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) + 1$ .

a) Détermine :

Domaine	Image	Amplitude	Période	Ordonnée à l'origine	Déphasage	Translation verticale	Abscisses à l'origine

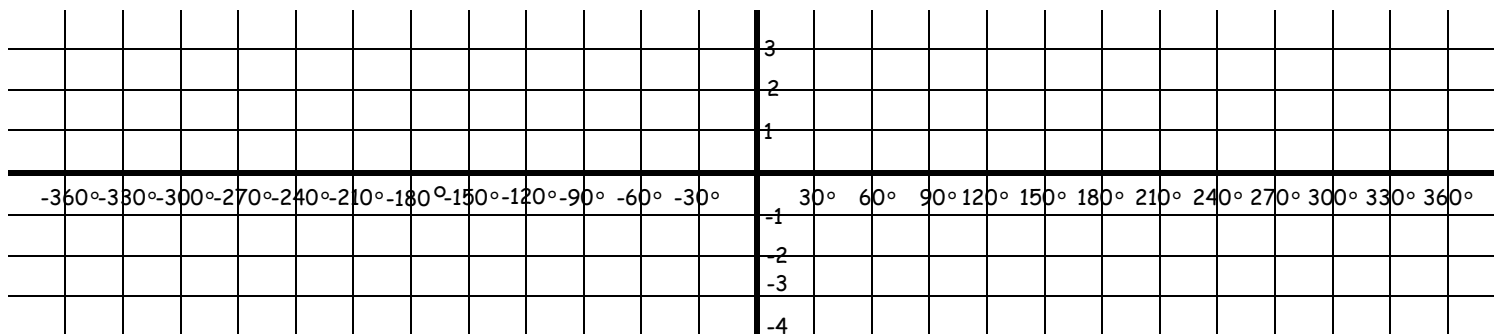
b) Trace le graphique en faisant chaque partie de différentes couleurs.

1)  $y = \sin \theta$

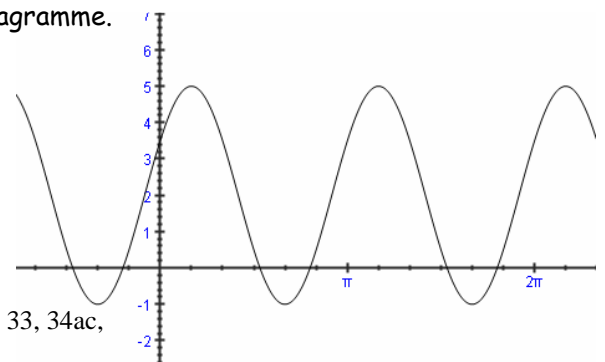
2)  $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{4})$

3)  $y = 2\sin(\theta - \frac{\pi}{4})$

4)  $2\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) + 1$



Ex : Déterminons une équation,  $y = a \cos b(\theta + k) + h$  à partir du diagramme.



\*\*\*Ex 4.4 : p.218 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 32, 33, 34ac,

# Mathématiques 30411

## 4.5 Les applications des fonctions sinusoidales

Une des applications importantes de la trigonométrie est l'utilisation des fonctions sinusoidales pour représenter des données périodiques. Mais, il faut faire attention afin de déterminer si la fonction sinus ou cosinus est la plus appropriée.

Ex : Cette table de valeurs représente la température mensuelle moyenne, en degrés Celcius, à Winnipeg.

Les données représentent une valeur maximale ou minimale, dépendant le mois.

Mois, m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Température, t	-19	-16	-8	3	11	17	20	18	12	6	-5	-14

a) Quelle est l'amplitude et la période de la fonction?

$$\text{Amplitude} : \frac{|\max - \min|}{2} = \frac{|20 - (-19)|}{2} = 19,5$$

Étant donné que le cycle de température reprend à tous les douze mois, on dit que la période est 12

$$P = \frac{2\pi}{|B|} = 12; \text{ donc } B = \frac{\pi}{6}$$

b) Détermine le déphasage et le déplacement vertical par rapport à  $y = \cos \theta$ .

Pour  $\cos 0 = 1$ , qui est sa valeur maximale, dans ce problème, la valeur maximale se produit lorsque  $\theta$  est de 7, donc le déphasage  $C = -7$ .

Pour trouver le déplacement vertical, D, on additionne l'amplitude et la valeur minimale du graphique.

$$D = -19 + 19,5 = 0,5$$

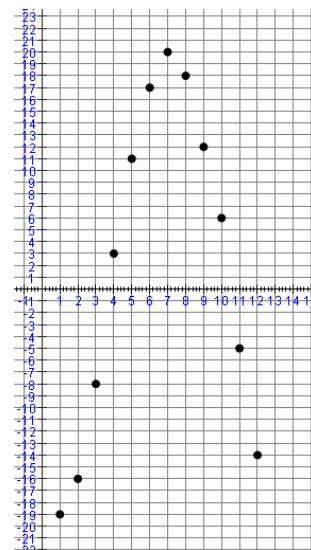
c) Écris une équation sous la forme  $t = A \cos B(\theta + C) + D$

$$t = 19,5 \cos \frac{\pi}{6} (\theta - 7) + 0,5$$

d) Utilise ce modèle pour prédire la température mensuelle moyenne du mois d'octobre.

$t = 19,5 \cos \frac{\pi}{6} (10 - 7) + 0,5 = 0,5$  et la valeur réelle est de 6, donc notre modèle n'est pas le mieux ajusté pour ces données.

Voir les exemples 2 et 3 du livre.



# Mathématiques 30411

## 4.6 D'autres fonctions trigonométriques

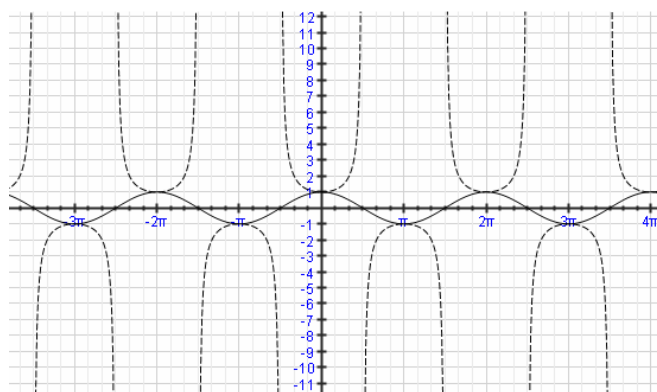
Les fonctions  $\operatorname{cosec} \theta$ ,  $\sec \theta$ ,  $\tan \theta$  et  $\cotg \theta$  sont des fonctions périodiques, mais elles sont différentes des fonctions  $\sin \theta$  et  $\cos \theta$ , car on ne peut pas avoir de zéro au dénominateur, on a plusieurs asymptotes dans ces graphiques.

Ex : Examine le graphique de  $y = \cos \theta$  — et de  $y = \sec \theta$  ---.

Étant donné que  $\cos \theta = 0$  pour  $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$ , où  $n$  est n'importe quel nombre entier, alors  $\sec \theta$  n'est pas définie pour ces valeurs. Alors, les droites verticales pour  $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$  sont les asymptotes de la fonction  $\sec \theta$ .

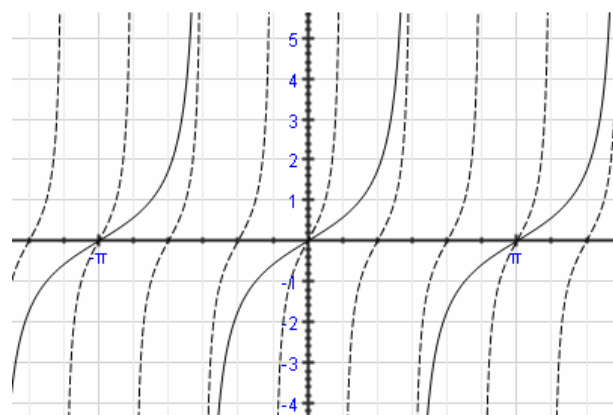
Donc, la fonction  $y = \sec \theta$  n'a pas d'amplitude

Domaine :  $\theta \in \mathbb{R}, \theta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$ , Image :  $|y| \geq 1$ , la période est de  $2\pi$ , abscisse à l'origine : aucun, ordonnée à l'origine : 1.



Ex : Examine les fonctions  $y = \tan \theta$  — et  $y = \tan 3\theta$  -----.

	$\tan \theta$	$\tan 3\theta$
Domaine		
Image		
Période		
Abscisse à l'origine		
Asymptotes		



Ex 4.6 : p.232 # 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17

Ex. de révisions, p. 236 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51