

Mathématiques 30411

Module 3 (15 cours)

L'ALGÈBRE - les exposants et les logarithmes

2 Résultat d'apprentissage général

Exploiter les relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

2.2 modéliser des situations à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques et les utiliser afin de résoudre des problèmes

- Fonctions exponentielles et logarithmiques
 - ◇ Résolution d'équations exponentielles

Ex : la plupart des concessionnaires disent que la valeur de reprise d'une voiture diminue d'environ 30% par année. Autrement dit, si tu achètes une voiture d'occasion de 8000\$ aujourd'hui, elle vaudra 70% de 8000\$ l'an prochain, 70% de 70% de 8000\$ l'année suivante, et ainsi de suite ...

Donc la valeur

Temps, t	Expression	Valeur en \$
Aujourd'hui	8000	8000\$
Dans 1 an	$8000 \times 0,70$	5600\$
Dans 2 ans	$8000 \times 0,70 \times 0,70$	3920\$
⋮	⋮	⋮
Dans t ans	$8000 \times (0,70)^t$	V(t)

Exercices de réchauffement p.71 #1 à 25

Mathématiques 30411

2.2 Utilisons des fonctions exponentielles pour représenter la croissance ou la décroissance.

Une équation exponentielle est une équation où l'exposant est une variable.

Dans la vie de tous les jours, on se sert souvent de ce type de formule, l'intérêt, la croissance de population, la demi-vie d'un élément radio-actif.

Ex : Un certain type de bactérie double sa population toutes les 30 minutes.

Nombre de divisions, n	Nombre de bactéries
Après 0 division	1
Après 1 division	$1 \times 2^1 = 2$
Après 2 divisions	$1 \times 2^2 = 4$
Après 3 divisions	$1 \times 2^3 = 8$
:	:
Dans t ans	1×2^t

S'il y a 1000 bactéries au départ, combien y aura-t-il après 2 heures?

$N(t) = C \times 2^{\frac{t}{d}}$, d'où $N(t)$ est le nombre de bactéries après un certain temps, C est la quantité initiale, t est le temps passé, d est la période de doublement.

$$C = 1000$$

$$t = 2 \text{ heures} = 120 \text{ minutes}$$

$$d = 30 \text{ minutes}$$

$$N(120) = C \times 2^{\frac{120}{30}}$$

$$N(120) = 1000 \times 2^{\frac{120}{30}}$$

$$N(120) = 1000 \times 2^4$$

$$N(120) = 16000$$

Donc, il y aurait 16000 bactéries au bout de 2 heures.

Ex : Dans des conditions idéales, un certain type de bactéries triple toutes les 25 heures. Il y a 1000 bactéries au départ.

a) Écris une fonction exponentielle qui représente la situation.

$$N(t) = C \times 3^{\frac{t}{d}}$$

b) Environ combien de bactéries y aura-t-il 4 jours après le compte initial?

$$N(t) = ?$$

$$C = 1000$$

$$t = 4 \text{ jours} = 96 \text{ heures}$$

$$d = 25 \text{ heures}$$

$$N(96) = C \times 3^{\frac{96}{25}}$$

$$N(96) = 1000 \times 3^{\frac{96}{25}}$$

$$N(96) = 67943,14$$

Donc, il y aurait 67943 bactéries au bout de 4 jours.

c) Combien de bactéries y avait-il 3 jours avant le compte initial?

$$N(t) = ?$$

$$C = 1000$$

$$t = -3 \text{ jours} = -72 \text{ heures}$$

$$d = 25 \text{ heures}$$

$$N(t) = C \times 3^{\frac{t}{d}}$$

$$N(-72) = 1000 \times 3^{-\frac{72}{25}}$$

$$N(-72) = 42,26$$

Donc, il y avait 42 bactéries 3 jours avant le compte initial.

Mathématiques 30411

Dans certains cas, il faut trouver la valeur de l'exposant. Si on se sert du graphique pour le trouver.

À partir du graphique on peut trouver :

$2^x = 15$, on regarde en ligne du 15 sur l'axe des y et on suit verticalement pour trouver x qui donne près de 3,8.

Donc, si on reprend l'exemple précédent :

d) dans combien de temps y aura-t-il 5000 bactéries?

$$N(t) = 5000$$

$$C = 1000$$

$$t = ?$$

$$d = 25 \text{ heures}$$

Alentour de 1,5

$$N(t) = C \times 3^{t/d}$$

$$5000 = 1000 \times 3^{t/25}$$

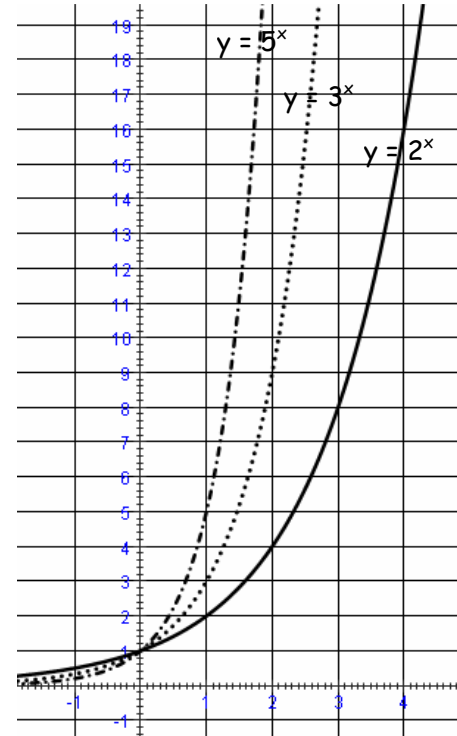
$$5 = 3^{t/25}$$

$$3^{1,5} = 3^{t/25}$$

$$1,5 = t/25$$

$$t = 37,5 \text{ heures}$$

Donc, il faudrait 37,5 heures avant d'avoir 5000 bactéries.



Ex. 2.2 p. 81 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30

Mathématiques 30411

2.4 Résolvons des équations exponentielles

Une des façons de résoudre une équation exponentielle est basée sur la propriété suivante : si $a^x = a^y$, alors $x = y$ pour tout $a \neq -1, 0, 1$.

Ex : Trouve la valeur de x .

a) $8^{3x-2} = 16^{x+1}$, les deux termes se ramènent à la base 2.

$$(2^3)^{3x-2} = (2^4)^{x+1}$$

$$2^{9x-6} = 2^{4x+4}$$

$$9x - 6 = 4x + 4$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

b) $27^{x+3} = (\frac{1}{9})^{2x-5}$, les deux termes se ramènent à la base 3.

$$(3^3)^{x+3} = (3^{-2})^{2x-5}$$

$$3^{3x+9} = 3^{-4x+10}$$

$$3x + 9 = -4x + 10$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

Ex : Pour déterminer si une personne est atteinte d'une déficience thyroïdienne, on injecte dans son sang de l'iode radioactif dont la demi-vie est de 8,2d. Si la glande thyroïde de cette personne fonctionne bien, elle absorbera toute la radioactivité.

a) Trouve une fonction exponentielle qui représente la quantité d'iode radioactif qui devrait se trouver dans la glande thyroïde d'une personne bien portante après d jours.

$Q(t)$ = quantité d'iode après un certain temps

C = quantité initiale =

t = nombre de jours écoulés

d = demi-vie

$$Q(t) = C \times (\frac{1}{2})^{\frac{t}{d}}$$

b) Après combien de temps devrait-il rester seulement 25% de l'iode radioactif dans la glande thyroïde d'une personne bien portante?

$$Q(t) = 0,25C$$

$$C = C$$

$$t = ?$$

$$d = 8,2$$

$$Q(t) = C \times (\frac{1}{2})^{\frac{t}{d}}$$

$$0,25C = C \times (\frac{1}{2})^{\frac{t}{8,2}}$$

$$\frac{25}{100} = (\frac{1}{2})^{\frac{t}{8,2}}$$

$$(\frac{1}{4}) = (\frac{1}{2})^{\frac{t}{8,2}}$$

$$(\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})^{\frac{t}{8,2}}$$

$$2 = \frac{t}{8,2}$$

$$16,4 = t$$

Il faudrait 16,4 jours.

Ex. 2.4 p. 89 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 23, 24, 25

Mathématiques 30411

2.5 Les logarithmes

La réciproque de la fonction exponentielle se nomme la fonction logarithmique, elle permet d'isoler l'exposant de la fonction exponentielle.

Si $y = 2^x$, la réciproque sera $x = \log_2 y$

Rempli le tableau suivant :

Forme logarithmique	Forme exponentielle	Valeur de y
$y = \log_2 16$		
$y = \log_2 64$		
$y = \log_2 \frac{1}{2}$		
$y = \log_{10} 100$		
$y = \log_{10} 0,1$		
$y = \log_3 81$		
$y = \log_5 125$		
$\log_2 y = 5$		
$\text{Log}_y 49 = 2$		

Ex : Trouve la valeur de chaque logarithme.

a) $\log_2 64$

soit $x = \log_2 64$

donc $2^x = 64$

$$2^x = 2^6$$

$$x = 6, \text{ alors } \log_2 64 = 6$$

b) $\log_5 \frac{1}{25}$

soit $x = \log_5 \frac{1}{25}$

donc $5^x = \frac{1}{25}$

$$5^x = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$$

$$x = -2, \text{ alors } \log_5 \frac{1}{25} = -2$$

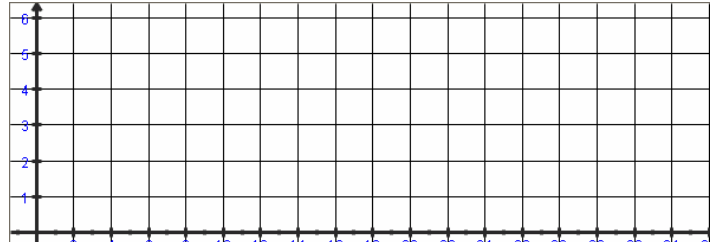
Ex. 2.5 p. 98 # 1, 3, 5, 11, 13, 15, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39

Mathématiques 30411

Ex : Dans le même plan cartésien, représente graphiquement $y = \log_2 x$ et $y = \log_6 x$

Pour le tracer, il est plus facile de le placer sur la forme exponentielle, soient $2^y = x$ et $6^y = x$, on donne des valeurs à y dans le tableau de valeurs et on trouve x.

$y = \log_2 x$	ou	$y = \log_6 x$	
$2^y = x$		$6^y = x$	
x	y	x	y
	0		0
	1		1
	2		2
	3		3



L'échelle de Richter mesure l'intensité des tremblements de terre.

Nombre de Richter	1	2	3	4	5	6	7	8
Intensité	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
Effet	Détectable seulement sur sismographe	Les objets suspendus se balancent	Perceptible par l'être humain	Le verre se brise, les édifices se balancent	Les meubles s'écroulent	Les maisons de bois sont endommagées	Les édifices s'écroulent	Les dommages sont catastrophiques

Ex : En 1999, en Turquie, un tremblement de terre a atteint 7,4 sur l'échelle de Richter. En 1996, à Seattle, un tremblement de terre a atteint 5,3 sur cette même échelle. Combien de fois le tremblement de terre de Turquie était-il plus intense que celui de Seattle?

$$\frac{I_{\text{Turquie}}}{I_{\text{Seattle}}} = \frac{10^{7,4}}{10^{5,3}} = 10^{2,1} = 126 \text{ donc, le tremblement de terre en Turquie était de 126 fois plus intense que celui de Seattle.}$$

Il existe plusieurs formules contenant des logarithmes. Il suffit de suivre les lois des logarithmes pour les résoudre.

Ex : La formule suivante permet de déterminer le numéro d'intensité de la teinte du verre des lunettes de soudure : Numéro d'intensité = $\frac{7(-\log_{10} T)}{3} + 1$, d'où T est la fraction de lumière visible qui traverse le verre. Lorsqu'ils observent une éclipse solaire, les astronomes doivent porter des lunettes de soudure no 14 pour protéger leurs yeux. Quelle fraction de lumière visible traverse le verre?

$$\begin{aligned} \text{Numéro d'intensité} &= \frac{7(-\log_{10} T)}{3} + 1 \\ 14 &= \frac{7(-\log_{10} T)}{3} + 1 \\ 13 &= \frac{7(-\log_{10} T)}{3} \end{aligned} \quad \text{donc les lunettes laissent juste passer } 0,00000268 \text{ de la lumière.}$$

$$\begin{aligned} 13 \times \frac{3}{7} &= -\log_{10} T \\ -\frac{39}{7} &= \log_{10} T \\ 10^{-\frac{39}{7}} &= T \\ T &= 0,00000268 \end{aligned}$$

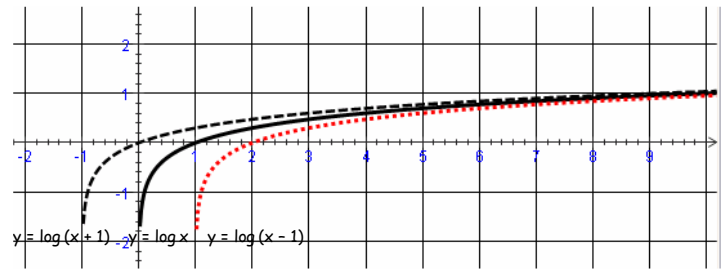
Ex. 2.5 p. 98 # 42, 43, 46, 47, 48

Mathématiques 30411

Explorons les graphiques de fonctions logarithmiques

D'après les graphiques, trouve le domaine, l'image, l'abscisse à l'origine, l'ordonnée à l'origine et l'équation de toute asymptote.

Fonction	$y = \log x$	$y = \log(x + 1)$	$y = \log(x - 1)$
Domaine	$]0, \infty[$		
Image	$] - \infty, \infty[$		
Abscisse à l'origine	$x = 1$		
Ordonnée à l'origine	Aucun		
Équation de toute asymptote	$x = 0$		



Fais une généralisation au sujet du graphique de $y = \log(x + k)$.

Domaine :

Image :

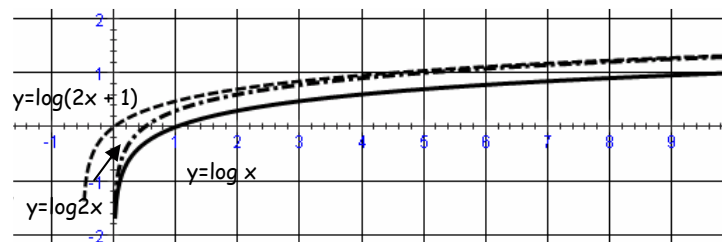
Abscisse à l'origine :

Ordonnée à l'origine :

Équation de toute asymptote :

Transformation de $y = \log x$ à $y = \log(ax + k)$

Fonction	$y = \log x$	$y = \log(2x)$	$y = \log(2x + 1)$
Domaine	$]0, \infty[$		
Image	$] - \infty, \infty[$		
Abscisse à l'origine	$x = 1$		
Ordonnée à l'origine	Aucun		
Équation de toute asymptote	$x = 0$		



Fais une généralisation au sujet du graphique de $y = \log(ax + k)$.

Domaine :

Image :

Abscisse à l'origine :

Ordonnée à l'origine :

Équation de toute asymptote :

Transformation de $y = \log x$ à $y = \log(ax + k)$

Faire les graphiques sur GraphEasy et remplir le tableau

Fonction	$y = \log x + 3$	$y = -\log(3x - 2)$	$y = \log(3x + 1)$
Domaine			
Image			
Abscisse à l'origine			
Ordonnée à l'origine			
Équation de toute asymptote			

Mathématiques 30411

2.6 Les lois des logarithmes

Rappelons-nous des lois des exposants :

$$\text{Produit de puissances : } b^x \times b^y = b^{x+y}$$

$$\text{Quotient de puissances : } b^x \div b^y = b^{x-y}$$

$$\text{Puissance d'une puissance : } (b^x)^y = b^{xy}$$

$$\text{Racine d'une puissance : } \sqrt[y]{b^x} = b^{x/y}$$

Étant donné que les logarithmes sont des exposants, il existe des lois des logarithmes semblables aux lois des exposants.

$$\text{Suppose que } M = \log_b x \text{ et } N = \log_b y, \text{ donc } x = b^M \text{ et } y = b^N$$

◇ Lois des logarithmes

Logarithme d'un produit

$$\log_b xy = \log_b (b^M \times b^N) = \log_b (b^{M+N}) = M + N = \log_b x + \log_b y$$

Logarithme d'un quotient

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b \left(\frac{b^M}{b^N} \right) = \log_b (b^{M-N}) = M - N = \log_b x - \log_b y$$

Logarithme d'une puissance

$$\log_b x^n = \log_b (b^M)^n = \log_b (b^{Mn}) = Mn = (\log_b x)n = n \log_b x$$

Logarithme d'une racine

$$\log_b x^{1/n} = \log_b (b^M)^{1/n} = \log_b (b^{M/n}) = M/n = \frac{\log_b x}{n} = \frac{1}{n} \log_b x$$

◇ Résolution d'équations logarithmiques

$$\begin{aligned} \text{Ex : a) } \log_5 100 + \log_5 \frac{1}{4} & \\ &= \log_5 (100 \times \frac{1}{4}) \\ &= \log_5 25 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \log_2 384 - \log_2 12 & \\ &= \log_2 \left(\frac{384}{12} \right) \\ &= \log_2 32 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \log_7 49^5 & \\ &= 5 \log_7 49 \\ &= 5 \times 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \log_3 \sqrt[5]{27} & \\ &= \frac{1}{5} \log_3 27 \\ &= \frac{1}{5} \times 3 \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Ex : Écris chaque expression sous la forme d'un seul logarithme.

$$\text{a) } \log(a+b) + \log(a-b) = \log(a+b)(a-b)$$

$$\text{b) } \log A - 3 \log B + 5 \log \sqrt[5]{C} = \log(A \div B^3 \times C^{5/5}) = \log \frac{AC}{B^3}$$

Ex : Si $x = \log_4 5$ et $y = \log_4 3$, exprime $\log_4 225$ en fonction de x et de y .

On trouve les facteurs de 225 en termes de 5 et 3.

$$\log_4 225 = \log_4 (15)^2 = 2 \log_4 (3 \times 5) = 2(\log_4 3 + \log_4 5) = 2(y + x) = 2y + 2x$$

Ex. 2.6 p. 106 # 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 39, 41, 44, 45, 46

Mathématiques 30411

◇ Applications

D'autres applications des logarithmes.

S'il n'y a pas de base avec le logarithme, c'est donc à la base 10. Sur votre calculatrice la touche log est la valeur du logarithme à la base 10. Si on cherche le log 100, votre calculatrice devrait vous donner 2 car $10^2 = 100$.

L'équation suivante représente le pH d'une solution : $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$, où le H^+ est la concentration d'ions d'hydrogène en moles par litre.

Ex : a) Détermine le pH d'un sol où poussent des pommes de terre, au dixième près, si sa concentration d'ions d'hydrogène est de 5×10^{-8} mol/L.

$$\begin{aligned}\text{pH} &= -\log_{10}[\text{H}^+] \\ &= -\log_{10}(5 \times 10^{-8}) = -(\log_{10} 5 + (-8)\log_{10} 10) = -0,7 + 8(1) = 7,3\end{aligned}$$

Le pH d'un sol où poussent des pommes de terre est d'environ 7,3.

b) Quelles est la concentration d'ions d'hydrogène d'une solution de vinaigre faible si son pH est de 3,1?

$$\begin{aligned}\text{pH} &= -\log_{10}[\text{H}^+] \\ 3,1 &= -\log_{10} [\text{H}^+] \\ -3,1 &= \log_{10} [\text{H}^+] \\ 10^{-3,1} &= [\text{H}^+] \\ [\text{H}^+] &= 7,9 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

La concentration d'ions d'hydrogène dans une solution de vinaigre faible est de $7,9 \times 10^{-4}$ mol/L.

Ex. 2.6 p. 106 # 47, 48, 49, 50

Mathématiques 30411

2,7 Les logarithmes et la résolution d'équations

Jusqu'à maintenant, on pouvait trouver les exposants dans les équations car ils étaient des entiers. Mais, souvent les exposants ne sont pas des entiers comme l'intérêt, le temps d'arrêt, la période de doublement etc. Comme la calculatrice peut juste résoudre le log à la base 10, on va ajouter un logarithme à la base 10 de chaque côté de l'équation et se servir des lois des logarithmes pour résoudre l'équation.

Ex : a) $2^x = 5$

$$\log(2^x) = \log 5$$

d'après les lois des logarithmes, quand on a un exposant, on le place devant le logarithme.

$$x \log 2 = \log 5$$

$$x = \frac{\log 5}{\log 2}$$

$$x = 2,3$$

b) $3^{x+2} = 5^{2x-3}$

$$\log(3^{x+2}) = \log(5^{2x-3})$$

$$(x+2)\log 3 = (2x-3)\log 5$$

$$x \log 3 + 2 \log 3 = 2x \log 5 - 3 \log 5$$

$$x \log 3 - 2x \log 5 = -3 \log 5 - 2 \log 3$$

$$x(\log 3 - 2 \log 5) = -3 \log 5 - 2 \log 3$$

$$x = \frac{-3 \log 5 - 2 \log 3}{\log 3 - 2 \log 5} = 3,3$$

Ex : L'intensité de la lumière du soleil sous la surface de l'océan diminue exponentiellement avec la profondeur. Lorsque l'intensité à la surface est de 100 unités, l'intensité à une profondeur de 3m est de 6 unités.

a) Écris une équation qui représente cette fonction exponentielle.

$$I(p) = 100b^p$$

$$6 = 100b^3$$

$$0,06 = b^3$$

$$(0,06)^{\frac{1}{3}} = (b^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$0,39 = b \quad \text{donc, l'équation sera } I(p) = 100(0,39)^p$$

b) Quelle sera l'intensité de la lumière à une profondeur de 2 m, au dixième près?

$$I(p) = 100(0,39)^p$$

$$I(p) = 100(0,39)^2 = 15,2 \quad \text{donc, l'intensité de la lumière à une profondeur de 2m est de 15,2 unités.}$$

c) Une certaine plante ne peut pas pousser si l'intensité de la lumière est inférieure à 0,001 unité. Quelle est la profondeur maximale, au centième près, à laquelle cette plante peut pousser?

$$I(p) = 100(0,39)^p$$

$$0,001 = 100(0,39)^p$$

$$0,00001 = 0,39^p$$

$$\log 0,00001 = \log 0,39^p$$

$$-5 = p \log 0,39$$

$$p = 12,23$$

donc, la profondeur maximale à laquelle cette plante peut pousser est de 12,23 mètres.

Ex. 2.7 p. 113 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32

Mathématiques 30411

Identité logarithmique

La propriété du changement de base est une identité logarithmique.

Ex : Évalue $\log_5 782$, arrondi au centième près.

Soit $x = \log_5 782$, on le change sous la forme exponentielle

$5^x = 782$ maintenant on peut ajouter un log à la base 10 de chaque côté

$$\log 5^x = \log 782$$

$$x \log 5 = \log 782$$

$$x = \frac{\log 782}{\log 5} = 4,14$$

donc, d'après cet exemple on peut définir la règle du changement de base, selon lequel $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ et $b \neq 1$, $c \neq 1$.

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

Démonstration :

Ex : Prouve que

$$\frac{1}{\log_5 8} + \frac{1}{\log_6 8} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{1}{\frac{\log 8}{\log 5}} + \frac{1}{\frac{\log 8}{\log 6}} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{\log 5}{\log 8} + \frac{\log 6}{\log 8} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{\log 5 + \log 6}{\log 8} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{\log(5 \times 6)}{\log 8} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{\log 30}{\log 8} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{1}{\frac{\log 8}{\log 30}} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

$$\frac{1}{\log_{30} 8} = \frac{1}{\log_{30} 8}$$

Mathématiques 30411

Ex : Résolvons une équation logarithmique

Isole le x dans l'équation suivante. Restrictions $x - 6 > 0$ et $x - 2 > 0$

$$\log_5 (x - 6) = 1 - \log_5 (x - 2)$$

$$x > 6 \text{ et } x > 2$$

$$\log_5 (x - 6) + \log_5 (x - 2) = 1$$

$$\text{donc } x > 6$$

$$\log_5 (x - 6)(x - 2) = 1$$

$$5^1 = x^2 - 6x - 2x + 12$$

$$0 = x^2 - 8x + 7$$

$$0 = (x - 7)(x - 1)$$

$x = 7$ ou $x = 1$ à rejeter à cause de la restriction.

La solution est $x = 7$.

Ex. 2.7 p. 113 # 33, 34, 35, 36, 37, 38, 40aceg, 42, 43, 44, 49, 51, 52, 54

Mathématiques 30411

2,8 La croissance ou la décroissance exponentielle continue

Lorsqu'on parle d'augmentation ou de diminution continue, parle de la fonction e^x et de sa fonction inverse $\ln x$. Comme par exemple, lorsqu'on parle de l'augmentation de la population, elle ne se fait pas à un moment donné, mais de façon continue.

Ex : En 1981, la population de Vancouver était de 1 380 000. Depuis, la population a connu un accroissement continu à un taux moyen de 1,7% par année. L'équation suivante représente la population P .

$$P = 1,38 \times 10^6 \times e^{0,017t} \quad \text{où } t \text{ est le nombre d'années depuis 1981.}$$

a) À l'aide de ce modèle, détermine la population prévue de Vancouver en 2011, au dixième de million près.

$$P = 1,38 \times 10^6 \times e^{0,017 \times 30} = 2,298 \times 10^6$$

b) Explique pourquoi ce modèle pourrait ne pas prédire correctement la population de Vancouver en 2011. Il pourrait se passer plusieurs choses, comme exemple le taux d'immigration, le coût des maisons etc.

Ex : Le principal ingrédient des boules antimites est la naphtaline. La naphtaline est un hydrocarbure blanc fait à partir de goudron de houille. En raison de son point d'ébullition peu élevé, cette substance chimique s'évapore dans l'air assez rapidement. L'équation suivante représente le volume, $V(t)$, d'une boule antimite après t semaines : $V(t) = V_0 e^{-0,35t}$

a) Si une boule antimite de 2cm de diamètre est exposée à l'air, quel sera son volume après trois semaines?

Le volume initial sera calculé avec la formule du volume d'un sphère, soit $V = \frac{4}{3}\Pi r^3$, si le diamètre de la boule est de 2cm, son rayon est donc de 1 cm, alors $V_0 = \frac{4\Pi}{3}$.

$$V(t) = V_0 e^{-0,35t} = \frac{4\Pi}{3} e^{-0,35(3)} = 1,47.$$

b) Utilise les logarithmes pour trouver le temps qu'il faut à une boule antimite pour que son volume réduise de moitié, à la semaine près.

$$V(t) = V_0 e^{-0,35t}$$

$$0,5V_0 = V_0 e^{-0,35t}$$

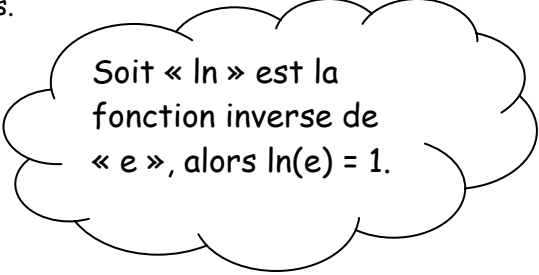
$$0,5 = e^{-0,35t}$$

$$\ln 0,5 = \ln(e^{-0,35t})$$

$$\ln 0,5 = -0,35t(\ln(e))$$

$$\frac{\ln 0,5}{-0,35} = t$$

$t = 1,98$ il faudra environ 2 semaines pour que le volume de la boule antimite diminue de moitié.



Soit « \ln » est la fonction inverse de « e », alors $\ln(e) = 1$.

Ex. 2.8 p. 119 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 26, 27, 28

Ex : Révisions p.126 # 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 22, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 44, 46, 47