

Mathématiques 30411

Les fonctions rationnelles

Une fonction rationnelle est une fonction de la forme $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, où $g(x)$ et $h(x)$ sont des polynômes et que

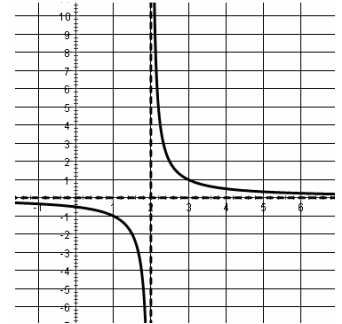
$h(x) \neq 0$. Donc, la ou les valeurs, b , qui rendent le dénominateur égale à 0, ne peuvent pas faire partie du domaine. La droite $x = b$ est une asymptote verticale.

Ex : $f(x) = \frac{1}{x-2}$, on a donc une asymptote verticale au point $x = 2$,

car le graphique est discontinu à ce point.

Si on trouve la réciproque de la fonction, on pourra trouver des asymptotes horizontales.

x	y
-3	-0,2
-2	-0,25
-1	-0,33
0	-0,5
1	-1
1,9	-10
2,1	10
3	1
4	0,5
5	0,33



Pour trouver des asymptotes horizontales, il suffit de ramener l'équation sous la forme $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$,

c'est à dire, faire la division du numérateur par le dénominateur. $x = p$ est une asymptote verticale et $y = q$ est une asymptote horizontale.

$$1 \overline{) \frac{0}{x+1}} \quad f(x) = 0 + \frac{1}{x-2}, \text{ donc } x = 2 \text{ et } y = 0 \text{ sont les asymptotes.}$$

Ex : Trouve les asymptotes de $f(x) = \frac{x}{x+1}$

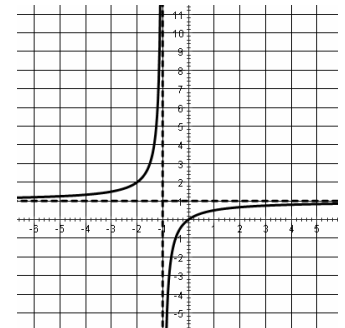
$$x \overline{) \frac{1}{x+1}}$$

$$\frac{x+1}{-1}$$

$$\text{donc } f(x) = 1 + \frac{-1}{x+1}$$

les asymptotes sont $y = 1$ et $x = -1$.

x	y
-3	1,5
-2	2
-1,1	11
-0,9	-9
0	0
1	0,5
2	0,7
3	0,75



Ex : Trouve les asymptotes de $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

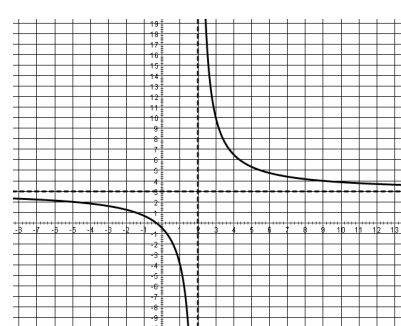
$$3x+1 \overline{) \frac{3}{x-2}}$$

$$\frac{3x-6}{7}$$

$$\text{donc } f(x) = 3 + \frac{7}{x-2}$$

les asymptotes sont $y = 3$ et $x = 2$.

x	y
-3	1,6
-2	1,25
-1	0,7
0	-0,5
1	-4
1,9	-67
2,1	73
3	10
4	6,5
5	5,3



*** 5.6 Les fonctions, les équations et les inéquations rationnelles p. 308
#1 à 12, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 33

Mathématiques 30411

La réciproque d'une fonction rationnelle est sa fonction inverse. Pour la calculer, il suffit d'inter changer les x et les y dans l'équation et d'isoler le y.

Ex : Détermine l'équation de la réciproque de $y = \frac{x}{x-2}$.

$$x = \frac{y}{y-2}$$

$$xy - 2x = y$$

$$xy - y = 2x$$

$$y(x-1) = 2x$$

$$f^{-1}(x) = y = \frac{2x}{x-1}$$

Pour résoudre une équation rationnelle, il suffit de multiplier croiser et de résoudre l'équation.

Ex : Résoudre $1 = \frac{2x}{x-2}$.

$$x - 2 = 2x$$

$$x - 2x = 2$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

Inéquations rationnelles

Ex : Résous $\frac{x+4}{x-1} \geq 0$

Pour trouver les points critiques :

$$\frac{x+4}{x-1} = 0$$

$$x+4=0$$

$$x=-4$$

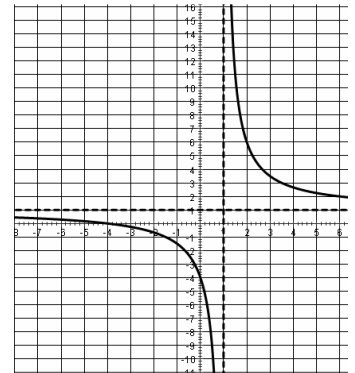
les nombres critiques sont -4 et 1

$$\frac{1}{x-1}$$

$$5 \text{ donc } f(x) = 1 + \frac{5}{x-1}$$

les asymptotes sont $y=1$ et $x=1$.

x	y
-4	0
-3	-0,25
-2	-0,7
-1	-1,5
0	-4
0,9	-49
1,1	51
2	6



$x = -4$ et $x = 1$ sont des valeurs critiques, donc il faut vérifier chaque intervalle.

$$x < -4$$

$$\frac{-5+4}{-5-1} \geq 0$$

$$\frac{-1}{-6} \geq 0$$

$$\frac{1}{6} \geq 0$$

oui

$$-4 < x < 1$$

$$\frac{0+4}{0-1} \geq 0$$

$$\frac{4}{-1} \geq 0$$

$$-4 \geq 0$$

non

$$x > 1$$

$$\frac{2+4}{2-1} \geq 0$$

$$\frac{6}{1} \geq 0$$

$$6 \geq 0$$

oui

$$x = 1$$

$$\frac{1+4}{1-1} \geq 0$$

$$\frac{5}{0} \geq 0$$

pas possible

$$x = -4$$

$$\frac{-4+4}{-4-1} \geq 0$$

$$\frac{0}{-5} \geq 0$$

oui

donc la solution est $x \leq -4$ ou $x > 1$

*** 5.6 Les fonctions, les équations et les inéquations rationnelles p. 308

37, 49, 51, 53, 55, 56, 57, 58, 77, 79, 81, 89, 93