

Mathématiques 30411

Les valeurs absolues

Une valeur absolue d'un nombre est égale à sa distance par rapport à l'origine sur une droite numérique. Une distance est toujours positive, donc c'est la valeur positive de ce qui est dans la valeur absolue.

$$\text{Ex : } |5| = 5 \text{ et } |-5| = 5$$

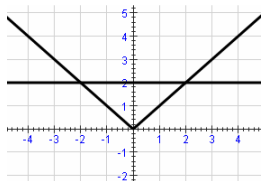
Lorsqu'on a une équation qui contient une valeur absolue, c'est à dire une variable à l'intérieur d'une racine, l'intérieur de la racine peut prendre la valeur positive ou négative, donc il faut faire les deux solutions. Il faut aussi toujours faire la vérification de nos réponses.

$$\text{Ex : } |x| = 2$$

$$x = 2 \text{ ou } -x = 2$$

$$x = -2$$

$$|2| = 2 \quad |-2| = 2$$



$$\text{Ex : } |2x-6| = 10$$

$$2x - 6 = 10 \text{ ou } -(2x - 6) = 10$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$|2(8)-6| = 10$$

$$|16-6| = 10$$

$$|10| = 10$$

$$10 = 10$$

$$-2x + 6 = 10$$

$$-2x = 4$$

$$-2x = 4$$

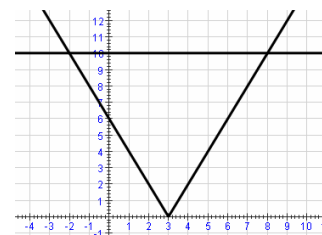
$$x = -2$$

$$|2(-2)-6| = 10$$

$$|-4-6| = 10$$

$$|-10| = 10$$

$$10 = 10$$



Si tu résous une équation valeur absolue à l'aide de l'algèbre, il est important de vérifier les solutions.

Lorsqu'une racine trouvée algébriquement ne rend pas vraie l'équation de départ, on dit que la racine est une racine étrangère.

$$\text{Ex : } |x-4| = 2x + 1$$

$$x - 4 = 2x + 1$$

$$-x = 5$$

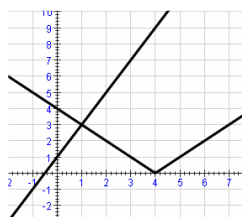
$$x = -5$$

$$-(x - 4) = 2x + 1$$

$$-x + 4 = 2x + 1$$

$$-3x = -3$$

$$x = 1$$



Vérification

$$x = -5$$

$$|-5-4| = 2(-5) + 1$$

$$|-9| = -10 + 1$$

$$9 \neq -9$$

racine étrangère

$$x = 1$$

$$|1-4| = 2(1) + 1$$

$$|-3| = 2 + 1$$

$$3 = 3$$

racine

Mathématiques 30411

Si on a des équations comportant deux symboles de valeur absolue avec aucun autre terme ou 0, on fait comme si on a seulement une valeur absolue, mais si l'équation comporte un terme non nul, il faut tenir compte des valeurs critiques.

Ex : $|x + 1| + |x - 3| = 6$

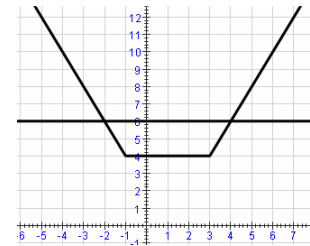
$x = -1$ et $x = 3$ sont des valeurs critiques, donc il faut vérifier chaque intervalle.

$x < -1$	$-1 < x < 3$	$x > 3$	$x = -1$	$x = 3$
$-(x + 1) + -(x - 3) = 6$	$(x + 1) + -(x - 3) = 6$	$(x + 1) + (x - 3) = 6$	$ -1 + 1 + -1 - 3 = 6$	$ 3 + 1 + 3 - 3 = 6$
$-x - 1 - x + 3 = 6$	$x + 1 - x + 3 = 6$	$x + 1 + x - 3 = 6$	$ 0 + -4 = 6$	$ 4 + 0 = 6$
$-2x + 2 = 6$	$4 = 6$	$2x - 2 = 6$	$4 = 6$	$4 = 6$
$-2x = 4$		$2x = 8$	non	non
$x = -2$	non	$x = 4$		

Si on vérifie les deux réponses.

$x = -2$	$x = 4$
$ -2 + 1 + -2 - 3 = 6$	$ 4 + 1 + 4 - 3 = 6$
$ -1 + -5 = 6$	$ 5 + 1 = 6$
$1 + 5 = 6$	$5 + 1 = 6$
$6 = 6$	$6 = 6$

donc la solution est $x = -2$ ou $x = 4$



*** 5.5 Les fonctions, les équations et les inéquations valeurs absolue p. 296

#1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 41, 43, 45, 47

Mathématiques 30411

Une inéquation valeur absolue est une inéquation qui contient une variable à l'intérieur du symbole de valeur absolue.

Ex : $|x - 2| \leq 5$

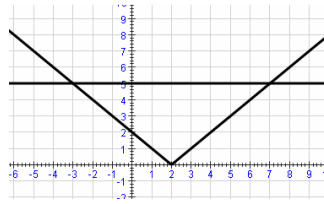
$x - 2 \leq 5$ ou $-(x - 2) \leq 5$

$x \leq 7$ $-x + 2 \leq 5$

$-x \leq 3$

$x \geq -3$

donc $-3 \leq x \leq 7$



S'il y a deux symboles de valeur absolue.

Ex : $|x + 3| < |x - 4|$

$x = -3$ et $x = 4$ sont des valeurs critiques, donc il faut vérifier chaque intervalle.

$x < -3$

$-(x + 3) < -(x - 4)$

$-x - 3 < -x + 4$

$-3 < 4$

oui

$-3 < x < 4$

$(x + 3) < -(x - 4)$

$x + 3 < -x + 4$

$2x < 1$

$x < \frac{1}{2}$

$x > 4$

$(x + 3) < (x - 4)$

$3 < -4$

non

$x = -3$

$|-3 + 3| < |-3 - 4|$

$|0| < |-7|$

$0 < 7$

oui

$x = 4$

$|4 + 3| < |4 - 4|$

$|7| < |0|$

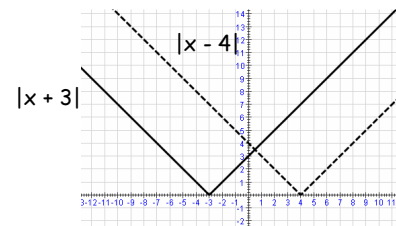
$7 < 0$

non

Si on vérifie les trois réponses.

$x < -3$, $x < \frac{1}{2}$ et $x = -3$

$x < \frac{1}{2}$ comprend les trois réponses.



*** 5.5 Les fonctions, les équations et les inéquations valeurs absolue p. 296
49, 51, 53, 55, 63, 65, 73, 75, 77, 79

Mathématiques 30411

Représenter graphiquement des valeurs absolues d'une fonction quadratique

Ex : a) Représente graphiquement $y = |x^2 - 4|$.

b) Détermine le domaine et l'image.

$$D =]-\infty, \infty[\text{ et } I = [0, \infty[$$

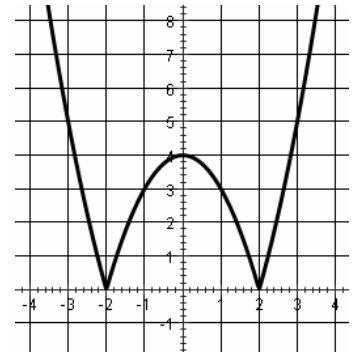
c) Détermine la valeur de tous les zéros.

$$x = -2 \text{ et } x = 2$$

d) Décris, la symétrie, s'il y a lieu.

Symétrique par rapport à l'axe des y .

x	y
-3	5
-2	0
-1	3
0	4
1	3
2	0
3	5



Problèmes textuels

Quelques petits problèmes textuels simples.

*** 5.5 *Les fonctions, les équations et les inéquations valeurs absolue* p. 296
#83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 99, 100, 101, 102