

# Mathématiques 30311

## Module 4

### RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

2.3 résoudre des problèmes qui se traduisent par des équations quadratiques à une variable.

Factorisation de facteurs communs :

Tu as déjà appris à développer une expression telle que  $5(30a + 15b) = 150a + 75b$ .

Tu peux diviser des polynômes de la même façon. Il faut trouver le

PGCD

Plus Grand Commun Diviseur

Ex 1 :  $12a + 16b$

Quels nombres se divisent dans 12 et 16?

2, et 4, donc on divise par 4.

$$= 4 \left( \frac{12a + 16b}{4} \right)$$

$$= 4(3a + 4b)$$

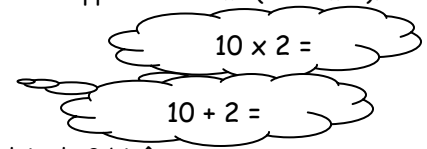
Ex 2 :  $14a^2 + 21a = 7a(2a + 3)$

Ex 3 :  $2s(s + 6) - 7(s + 6) = (s + 6)(2s - 7)$

**Factorisation de trinômes : (1<sup>ère</sup> partie)**

La multiplication de 2 binômes donne habituellement une troisième expression appelée trinôme (3 termes).

Il y a une relation importante dans  $(x + 10)(x + 2) = x^2 + 12x + 20$



Tu peux souvent factoriser un trinôme en l'exprimant sous forme de produit de 2 binômes.

Ex 1 :  $x^2 + 11x + 18$

Il faut donc trouver deux nombres  
additionnés ensemble qui donne 11  
multipliés ensemble qui donne 18  
donc les facteurs sont  $(x + 2)(x + 9)$

Si le 3<sup>e</sup> terme est positif, les deux signes sont les mêmes, si le 3<sup>e</sup> terme est négatif, les deux signes sont différents.

$$\begin{array}{ccc} 19 & 11 & 9 \\ (1 + 18) & (2 + 9) & (3 + 6) \\ (1 \times 18) & (2 \times 9) & (3 \times 6) \end{array}$$

\*\*trouve les facteurs de 18

Ex 2 :  $y^2 - 3y - 28$

Il faut donc trouver deux nombres  
additionnés ensemble qui donne -3  
multipliés ensemble qui donne -28  
donc les facteurs sont  $(y + 4)(y - 7)$

$$\begin{array}{ccc} -27 & -13 & -3 \\ (1 - 28) & (2 - 14) & (4 - 7) \\ (1 \times -28) & (2 \times -14) & (4 \times -7) \end{array}$$

\*\*trouve les facteurs de -28

Ex 3 :  $3t^2 - 30t + 48$

Il faut donc factoriser le facteur commun avant  $3(t^2 - 10t + 12)$

Il faut trouver deux nombres

additionnés ensemble qui donne -10

multipliés ensemble qui donne 16

donc les facteurs sont  $3(t - 2)(t - 8)$

$$\begin{array}{ccc} -17 & -10 & -8 \\ (-1 - 16) & (-2 - 8) & (-4 - 4) \\ (-1 \times -16) & (-2 \times -8) & (-4 \times -4) \end{array}$$

\*\*trouve les facteurs de 16

# Mathématiques 30311

## Factorisation de trinômes : (2<sup>e</sup> partie)

Quand le nombre devant le terme au carré ne se divise pas dans les trois termes, il faut une méthode différente pour factoriser.

$$2a^2 + 5a + 3 = \frac{(2a + *) (2a + \diamond)}{2}$$

On multiplie le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> terme.

Il faut trouver deux nombres  
additionnés ensemble qui donne 5  
multipliés ensemble qui donne 6

$$\begin{matrix} 7 & 5 \\ (1 + 6) & (2 + 3) \\ (1 \times 6) & (2 \times 3) \end{matrix}$$

\*\*trouve les facteurs de 6

$$= \frac{(2a + 2)(2a + 3)}{2} = (a + 2)(2a + 3)$$

ou

$$\begin{aligned} \text{Ex : } 2x^2 - 5x + 3 &= \\ 2x^2 - 3x - 2x + 3 & \\ x(2x - 3) - 1(2x - 3) & \\ (2x - 3)(x - 1) & \end{aligned}$$

2 nombres multipliés ensemble qui donnent 6  
Et additionnés qui donnent -5. (-2 et -3)

## Différence de carrés

Tu peux factoriser rapidement plusieurs types d'expressions si tu retrouves une régularité.

Quand tu développes deux binômes semblables mais de signes différents, le terme du milieu est 0.  
 $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 7x + 7x - 49 = x^2 - 49$

Donc quand on factorise un binôme dont chaque terme est un carré parfait, les facteurs sont des binômes semblables mais de signes contraires.

$$\text{Ex : } x^2 - 81y^2 = (x - 9y)(x + 9y)$$

$$\text{Ex : } 5a^3 - 45a = 5a(a^2 - 9) = 5a(a - 3)(a + 3)$$

$$\text{Ex : } x^4 - 5x^2 - 36 = (x^2 - 9)(x^2 + 4) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 4)$$

Ex : divise

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 2 \quad \frac{x+2}{x+1} \\ \underline{x^2 + x} \phantom{+ 2} \\ 2x + 2 \\ \underline{2x + 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{Donc } x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

\*\*\* Faire la page de réchauffement p. 151 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 41, 43, 45, 47, 49

# Mathématiques 30311

- Résolution d'équations quadratiques par graphique

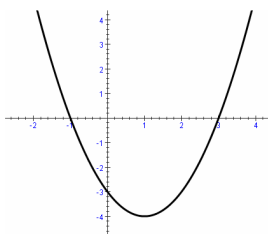
Résoudre une équation quadratique veut dire qu'on veut trouver les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $y = 0$ . Il y a deux réponses car le  $x$  est au carré.

Pour résoudre graphiquement, on trace la parabole et on trouve où la parabole coupe l'axe des  $x$ .

Ex :  $y = x^2 - 2x - 3$

$$0 = (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$$

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \quad \text{sommet } (1, -4)$$



Donc

$$x = -1 \text{ et } x = 3$$

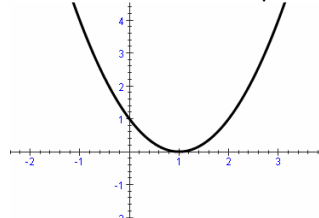
deux racines différentes en plus le  $y > 0$  (positif) pour  $x < -1$  et  $x > 3$  et il est négatif pour  $-1 < x < 3$ .

Ex :  $y = x^2 - 2x + 1$

$$0 = (x^2 - 2x + 1) - 1 + 1$$

$$0 = (x - 1)^2 \quad \text{sommet } (1, 0)$$

Donc  $x = 1$  et  $x = 1$ , deux racines égales



Il faut faire la vérification de nos réponses pour voir si elles sont bonnes.

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (-1)^2 - 2(-1) - 3$$

$$0 = 1 + 2 - 3$$

$$0 = 0$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (3)^2 - 2(3) - 3$$

$$0 = 9 - 6 - 3$$

$$0 = 0$$

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$0 = (1)^2 - 2(1) + 1$$

$$0 = 1 - 2 + 1$$

$$0 = 0$$

Ex : il peut aussi arriver qu'il n'y ait pas de racines, c'est à dire que le graphique ne touche pas l'axe des  $x$ .

$$y = 2x^2 + x + 2$$

$$0 = 2\left(\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{16} + 1\right)$$

$$0 = 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + \frac{16}{16}\right)$$

$$0 = 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{16}\right)$$

$$0 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \quad \text{sommet } \left(\frac{1}{4}, \frac{15}{8}\right)$$

ou

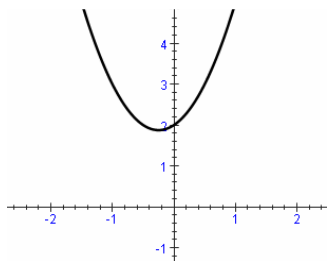
$$y = 2x^2 + x + 2$$

$$0 = 2\left(\left(x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{16} + 2\right)$$

$$0 = 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + 2\right)$$

$$0 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} + \frac{16}{8}$$

$$0 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \quad \text{sommet } \left(\frac{1}{4}, \frac{15}{8}\right)$$



Ne touche pas l'axe des  $x$  donc aucune racine réelle.

\*\*\* 4.1 Résolvons graphiquement des équations quadratiques p. 155 1, 3, 5, 7, 15, 17, 19, 21, 23, 33, 35

# Mathématiques 30311

- Résolution d'équations quadratiques par factorisation
- Mise en évidence simple
- Trinôme  $ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$
- Différence de carrés

Résolution d'équations à l'aide de la factorisation

Des équations telles que  $ax^2 + bx + c = 0$  sont des équations quadratiques. Il suffit de factoriser l'équation pour trouver les valeurs de la variable. Un des deux facteurs doit être égal à 0, donc on peut résoudre les équations du premier degré qui en résultent.

Ex :  $x^2 + 3x - 28 = 0$

Il faut trouver deux nombres

	27	12	3
additionnés ensemble qui donne	3	(-1 + 28)	(-2 + 14)
multipliés ensemble qui donne	-28	(-1 x 28)	(-2 x 14)

donc  $(x - 4)(x + 7) = 0$   
 $x - 4 = 0$  ou  $x + 7 = 0$   
 $x = 4$  ou  $x = -7$

Ex : forme une équation quadratique dont les racines sont 2 et -4.

$x = 2$  et  $x = -4$   
 $x - 2 = 0$  et  $x + 4 = 0$   
donc  $(x - 2)(x + 4) = 0$   
 $x^2 - 2x + 4x - 8 = 0$   
 $x^2 + 2x - 8 = 0$

Ex :  $m^2 = 8m - 15$

$m^2 - 8m + 15 = 0$

$(m - 3)(m - 5) = 0$

$m - 3 = 0$  ou  $m - 5 = 0$

$m = 3$  ou  $m = 5$

Ex :  $\frac{2}{x+1} + \frac{5}{x-1} = -6$  Il faut multiplier par le dénominateur commun  $(x+1)(x-1)$

$$\frac{(x+1)(x-1)2}{(x+1)} + \frac{(x+1)(x-1)5}{(x-1)} = -6(x+1)(x-1)$$

$2(x-1) + 5(x+1) + 6(x+1)(x-1) = 0$

$2x - 2 + 5x + 5 + 6(x^2 - 1) = 0$

$6x^2 + 7x + 3 - 6 = 0$

$6x^2 + 7x - 3 = 0$

$6x^2 + 9x - 2x - 3 = 0$

$3x(2x + 3) - 1(2x + 3) = 0$

$(2x + 3)(3x - 1) = 0$

$2x + 3 = 0$      $3x - 1 = 0$

$2x = -3$      $3x = 1$

$x = -\frac{3}{2}$      $x = \frac{1}{3}$

\*\*\* 4.2 Décomposons en facteurs pour résoudre des équations quadratiques

p. 160 # 1, 3, 5, 7, 15, 17, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 55, 57, 63, 65, 67

# Mathématiques 30311

Résoudre des problèmes écrits par factorisation

Ex : La largeur d'un rectangle mesure 2m de moins que sa longueur. L'aire du rectangle mesure  $48\text{m}^2$ . Détermine les dimensions du rectangle.

Soit  $x$  la longueur du rectangle

$x - 2$  la largeur du rectangle

Aire =  $48\text{ m}^2$

Aire = longueur  $\times$  largeur

$$48 = x(x - 2)$$

$$0 = x^2 - 2x - 48$$

$$0 = (x - 8)(x + 6)$$

$$x = 8 \text{ et } x = -6$$

on ne peut pas avoir une longueur négative donc le  $-6$  es rejeté.

Le rectangle est de 8m de long par 6 m de large.

\*\*\* 4.1 problèmes écrits p. 156 41, 42, 44, 51, 53

\*\*\* 4.2 161 # 69, 70, 71, 74, 75, 76, 78, 79, 80, 83, 85

\*\*\* Révisions p. 232 4.1 1,3,5,7,9,11 4.2 13, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23