RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL
2. Exploiter les relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES
2.4 analyser des situations qui se traduisent par des fonctions quadratiques et utiliser la règle ou la représentation graphique pour résoudre des problèmes.

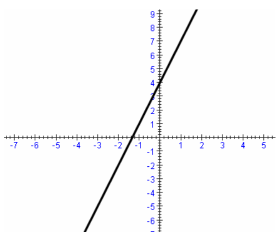
- Image d'une valeur du domaine
- Valeur(s) du domaine associé(s) à une image donnée

Une ***fonction*** est une relation qui pour chaque valeur du domaine, il y a juste un résultat possible pour l'image.

Ex : (3,1) (4,2) (5, 6)
Il n'y a pas deux valeurs de x pareils, donc celle-ci est une fonction.

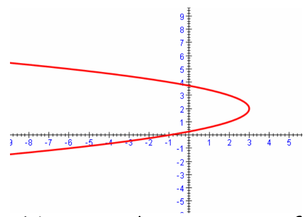
Ex : (4,1) (4, 2) (5, 1)
Ici, pour la valeur de x = 4, il y a deux réponses possibles, soient le 1 ou le 2 donc ce n'est pas une fonction.

Ex :



Oui, c'est une fonction.

Ex :



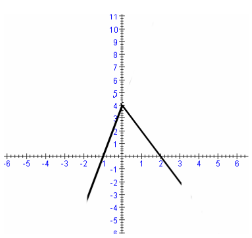
Non, ce n'est pas une fonction.

Le ***domaine*** est l'ensemble des valeurs possible pour x.

L'***image*** est l'ensemble des valeurs possible pour y.

Ex : (3, 1) (4, 2) (5, 6)
D = 3, 4, 5 I = 1, 2, 6

Ex :



D = $-2 \leq x \leq 3$
I = $-3 \leq y \leq 4$

Le ***degré*** d'une équation est la valeur du plus haut exposant.

Ex :	$y = 5x + 1$	degré 1
	$y = x^2 - x + 1$	degré 2
	$y = 4x^7 + 3x^3$	degré 7

**** Réchauffement p.101 1, 3, 4, 5, 6aceg, 8aceg, 9, 11, 13, 23, 24, 25, 26, 27, 28*

Mathématiques 30311

3.1 Représentons graphiquement $y = x^2 + q$, $y = ax^2$ et $y = ax^2 + q$

- Caractéristiques d'une fonction quadratique à partir de sa règle
- Caractéristiques d'une fonction quadratique à partir de son graphique ou de sa règle
  - ◊ Domaine et image
  - ◊ Extremum
  - ◊ Équation de l'axe de symétrie
  - ◊ Coordonnées à l'origine
  - ◊ Abscisse(s) à l'origine
  - ◊ Ordonnée à l'origine
  - ◊ Signe

- Une ***fonction quadratique*** est une fonction de degré 2.
- Elle s'écrit sous la forme $\mathbf{ax^2 + bx + c}$ où a, b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$.
- Si le domaine d'une fonction quadratique est l'ensemble des nombres réels, sa représentation graphique est une ***parabole***.
- Les valeurs de **a** détermine la ***direction*** de son ouverture, soit vers le haut ou vers le bas.
- Le graphique d'une fonction quadratique a soit un ***maximum (le point le plus haut)*** ou un ***minimum (le point le plus bas)*** et c'est ce qu'on appelle le ***sommet*** de la parabole.
- La droite verticale qui passe par ce sommet est ***l'axe de symétrie***.
- Si la valeur de $\mathbf{a > 0}$, la parabole est ***ouverte vers le haut*** et elle a un ***minimum*** et l'image sera $y \geq q$.
- Si la valeur de $\mathbf{a < 0}$, la parabole est ***ouverte vers le bas*** et elle a un ***maximum*** et l'image sera $y \leq q$.
- Le ***sommet*** de la parabole $f(x) = ax^2 + q$ est ***(0, q)***.

Ex : $f(x) = x^2 + 4$

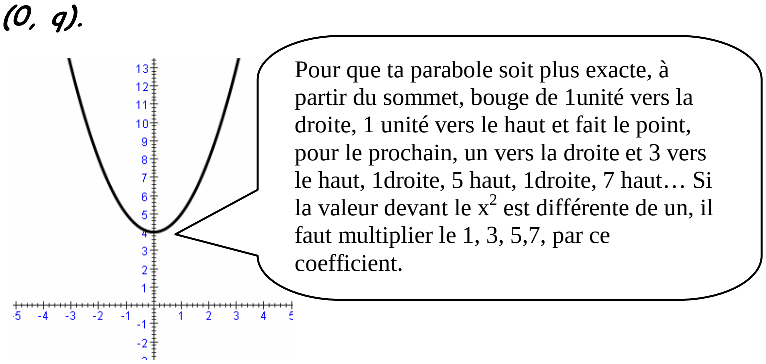
a = 1 donc ouverte vers le haut

sommet (0, 4)

axe de symétrie est x = 0

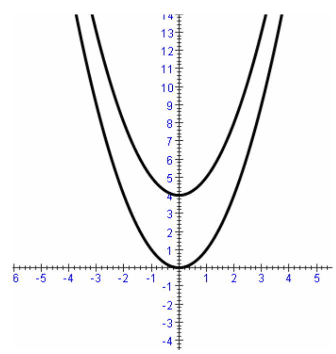
domaine $x \in r$, image $y \geq 4$

minimum de 4

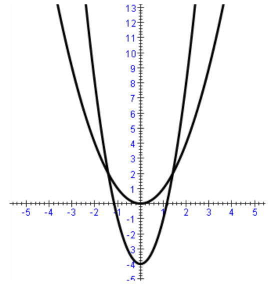


En comparaison avec la parabole $y = x^2$;

- Plus la valeur du a est grande pour la parabole est étroite, plus la valeur du a est petite plus la parabole rétrécie.
- Si la valeur du a est négative, le graphique est une réflexion par rapport à l'axe des x.
- La valeur du q nous donne une translation verticale vers le haut si elle est positive et vers le bas si elle est négative.



- Représentation graphique d'une fonction quadratique à partir de sa règle



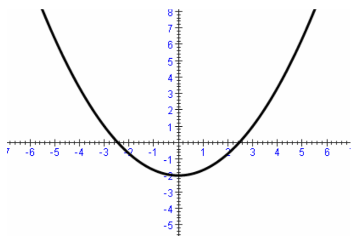
Ex : compare $y = x^2$ avec $y = 3x^2 - 4$
La valeur du 3 signifie un allongement vertical de facteur 3.
La valeur du –4 est une translation verticale de 4 unités vers le bas.

Ex : Trouve l'équation d'une parabole qui passe par le point (3, 1) et que la coordonnée du sommet est (0, -2).
Il faut remplacer dans

$$y = ax^2 + q$$
$$1 = a(3)^2 + (-2)$$
$$1 = 9a - 2$$
$$1 + 2 = 9a$$
$$3 = 9a$$
$$\frac{3}{9} = a$$
$$\frac{1}{3} = a$$

donc l'équation sera $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$.

Le sommet est donc (0, -2), ouverte vers le haut, un autre coordonnée sera (3, 1) donc le graphique serait



Ex : Trouve la valeur de a et de q si la parabole passe par (3, -10) et (-1, -2).

On remplace dans $y = ax^2 + q$ pour chaque coordonnée.

$-10 = a(3)^2 + q$ et $-2 = a(-1)^2 + q$

$-10 = 9a + q$ $-2 = a + q$

J'ai deux équations, deux inconnus donc je peux le résoudre par élimination ou substitution,comme on a déjà appris.

❶ - ❷ $-8 = 8a$

$a = -1$ ensuite je remplace dans une des deux équations pour trouver q.

$-10 = 9(-1) + q$
$-10 = -9 + q$
$-1 = q$

****Ex. 3.1, p.109 1, 3, 5, 13, 15, 18, 19, 28, 29, 30, 31, 33, 35, 37, 49, 51, 53, 55, 57, 61, 63, 66, 69, 71, 73ac, 74*

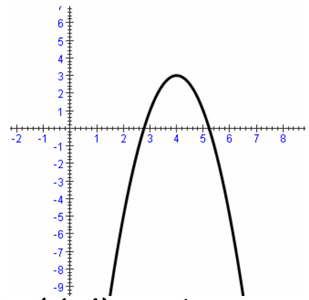
- Règle d'une fonction quadratique

Une fonction quadratique peut avoir plusieurs formes, mais la forme ***$y = a(x - p)^2 + q$***, est appelée la forme ***canonique (standard).***
Le ***sommet*** d'une parabole est donc ***(p, q)*** et le reste ne change pas.

Si le p est positif, la parabole subit une translation de p unités vers la droite.
Si le p est négatif, la parabole subit une translation de p unités vers la gauche.

Ex : Fais un diagramme sommaire de $y = -2(x - 4)^2 + 3$

La parabole est ouverte vers le bas.
Le sommet est (4, 3)
L'équation de l'axe de symétrie est x = 4
Le domaine est R
L'image est $y \leq 3$
Le maximum de la fonction est 3.



Ex : Écris une équation de la parabole dont le sommet est le point (-1, 4) et qui passe par le point (-2, 2).

$y = a(x - p)^2 + q$
$2 = a(-2 - (-1))^2 + 4$
$2 = a(-2 + 1)^2 + 4$
$2 = a(-1)^2 + 4$
$2 = a + 4$
$-2 = a$
donc $y = -2(x + 1)^2 + 4$

******Ex. 3.3, p. 118*** *1, 3, 5, 7, 11, 13, 25, 33, 35, 39, 41, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 67, 69 70, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80*

- Modélisation d'une situation
- Transformation algébrique de la règle d'une fonction quadratique de la forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ à la forme canonique $f(x) = a(x - p)^2 + q$, $a \neq 0$ et vice-versa

L'équation sous la forme générale $y = ax^2 + bx + c$ se ramène sous la forme canonique $y = a(x - p)^2 + q$ pour pouvoir mieux analyser la parabole.

$y = x^2 + 6x + 8$
$y = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 8$
$y = (x + 3)^2 - 9 + 8$
$y = (x + 3)^2 - 1$
Sommet (-3, -1)

Il faut diviser le coefficient de x par 2, placer ce nombre au carré, l'ajouter à l'équation et l'enlever à nouveau pour ne pas modifier l'équation du départ.

Si la valeur du $a \neq 1$, il faut diviser par la a partout avant de commencer.
Ex :
$y = 5x - 3x^2$
$y = -3x^2 + 5x = -3[(x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{25}{36}) - \frac{25}{36}]$
$y = -3[(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{36}]$
$y = -3(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{12}$
sommet $(\frac{5}{6}, \frac{25}{12})$

Ex : $y = 3x^2 - 12x + 11$
$y = 3\left[(x^2 - 4x + 4) - 4 + \frac{11}{3}\right]$
$y = 3\left[(x-2)^2 - \frac{12}{3} + \frac{11}{3}\right]$
$y = 3\left[(x-2)^2 - \frac{1}{3}\right]$
$y = 3(x-2)^2 - 1$ donc le sommet (2, -1)

ou

Ex : $y = 3x^2 - 12x + 11$
$y = 3\left[(x^2 - 4x + 4) - 4\right] + 11$
$y = 3(x-2)^2 - 12 + 11$
$y = 3(x-2)^2 - 1$ donc le sommet (2, -1)

**** 3.5, p. 131 1, 3, 5, 7, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 45, 47, 49, 51, 65, 67, 69, 70*

Application

Ex : Trouve deux nombres dont la différence est 8 et dont le produit est un minimum.

x est le premier nombre
y est les deuxième nombre

$x - y = 8$
$x = 8 + y$

si $y = -4$
$x = 8 - 4 = 4$

$xy = m$
$(8 + y)y = m$
$8y + y^2 = m$
$(y^2 + 8y + 16) - 16 = m$
$(y + 4) - 16 = m$
donc $y = -4$

Les deux nombres sont 4 et – 4.

Ex : Pendant les mois d'été, René fait et vend des colliers à la plage. L'été dernier, il a vendu les colliers à 10$ chacun. Il en a vendu en moyenne 20 par jour. Envisageant une augmentation du prix, il fit un petit sondage et constata que pour chaque dollar d'augmentation, il perdrait deux ventes par jour. Si le matériel de chaque collier lui coûte 6$, que devrait être le prix de vente pour maximiser ses bénéfices? Détermine le profit.

X est le nombre de fois qu'on augmente ou diminue le prix.

Prix = $10 + 1x$
Nombre = $20 - 2x$
Coût = 6

Profit = revenue – coût total
profit = prix x nombre – coût x nombre
profit = $(10 + x)(20 - 2x) - 6(20 - 2x)$
Profit = $200 - 20x + 20x - 2x^2 - 120 + 12x$
Profit = $-2x^2 + 12x + 80$
Profit = $-2((x^2 - 6x + 9) - 9 - 40)$
Profit = $-2((x - 3)^2 - 49)$
Profit = $-2(x - 3)^2 + 98$

Donc le profit maximum est de 98 lorsque $x = 3$ alors le prix devrait être 10 + 3 donc 14$.

*** *p. 132 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 81, 82, 84, 85, 86, 88, 91, 92*

*** *Découvertes mathématiques p. 135 # 1- 1acegi, 2, 3, 4, 5ace 2 – 1, 2, 3abc, 4, 5, 6, 7, 8aceg*

*** *Révisions p. 144 3.1 1, 2, 15, 17, 19, 3.3 21, 23, 25, 27, 29, 31, 34, 35, 36, 37, 38,*
3.5 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 62, 63, 64