

Mathématiques 30311

Module 2(14 périodes)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

2. Exploiter les relations mathématiques pour analyser des situations diverses, faire des prédictions et prendre des décisions éclairées.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

2.2 modéliser et résoudre par programmation linéaire des problèmes impliquant une prise de décision afin de trouver la ou les solution(s) optimale(s).

Les différents signes d'inéquations :

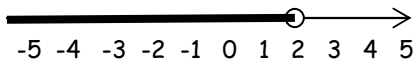
<	>	≤	≥	≠
plus petit que	plus grand que	plus petit ou égal	plus grand ou égal	différent de
seulement les nombres inférieurs au nombre	seulement les nombres supérieurs au nombre	les nombres inférieurs et le nombre	les nombres supérieurs et le nombre	tous les nombres sauf le nombre

- Inéquations du premier degré à une ou deux variables
 - ◇ Modélisation d'une situation
 - ◇ Représentation graphique de l'ensemble solutions
 - ◇ Résolution d'inéquations

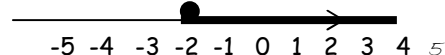
Lorsqu'on effectue des calculs avec des inéquations, on utilise les mêmes méthodes que tu utilisais pour résoudre une équation normale mais si tu multiplies ou divises par un nombre négatif, inverse la direction du symbole d'inéquation.

Ensuite, on représente la réponse sur un graphique.

Ex : $3x - 7 < 2x - 5$
 $3x - 2x < -5 + 7$
 $x < 2$



$2x - 7 \leq 3x - 5$
 $2x - 3x \leq -5 + 7$
 $-x \leq 2$
 $x \geq -2$



Si le signe est < ou >, le petit cercle est vide mais si le signe est ≤ ou ≥ le cercle est rempli.

Pour les problèmes écrits, il suffit de trouver les deux équations pour pouvoir résoudre le problème.

Exemple 4. p.62

Pour amasser des fonds, les bénévoles d'une association d'alpinisme vendent des piolets, c'est-à-dire, des cannes d'alpiniste. Le coût de fabrication de ces piolets comprend des frais généraux fixes de 2000\$, plus 10\$ par piolet. Les piolets coûtent 30\$ chacun. Combien de piolets l'association doit-elle vendre pour que les recettes excèdent le coût de fabrication?

Soit x , le nombre de piolets
 C , le coût de fabrication
 R , les recettes (les revenus)

$C = 2000 + 10x$ $R = 30x$

Pour qu'ils fassent plus d'argent que le coût des piolets, il faut que $R > C$, donc

$R > C$ L'association doit vendre plus de 100 piolets pour commencer à faire de l'argent.
 $30x > 2000 + 10x$
 $20x > 2000$

$x > 100$

*** 2.1 La révision des inéquations linéaires à une variable p. 63-64 # 1, 3, 5, 7, 9, 11, 29, 31, 33, 41, 47, 51, 53, 54, 55, 56, 57

Mathématiques 30311

Pour représenter graphiquement des inéquations à deux variables, on trace la droite comme d'habitude, mais s'il n'y a pas de signe = avec le > ou <, on fait la ligne pointillée au lieu d'une. Ensuite, on se place sur un des points de la droite, n'importe lequel, et ce point représente le y. Si l'inéquation est $y <$, on hachure le bas de la droite, si l'inéquation est $y >$, on hachure le haut de la droite.

Exemple $2x - y < 8$ il faut placer le y seul d'un côté

$$-y < -2x + 8$$

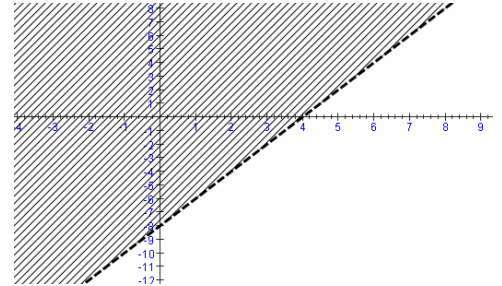
$$y > 2x - 8$$

donc la pente est 2 et l'ordonnée à l'origine est -8

Le plan est donc divisé en deux régions, ou demi-plans.

La droite qui sépare les deux plans est appelée ligne de partage.

Les deux régions correspondent à $y < 2x - 8$ et $y > 2x - 8$



Restrictions : on doit spécifier les valeurs que la variable peut prendre

Ex : lorsqu'on parle d'une longueur, on sait qu'elle ne peut pas être négative.

Lorsqu'on trace le graphique y en fonction de x, le x va sur la ligne horizontale et le y sur la ligne verticale.

Ex : Trace le graphique de $L + 2I = 4$ en fonction de I. On placerait le I sur l'horizontale et le L sur la verticale.

***Technologie p. 71 # 10, 12, 14

***2.3 La représentation graphique des inéquations linéaires à deux variables p. 75 # 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 36, 37, 38, 42

Mathématiques 30311

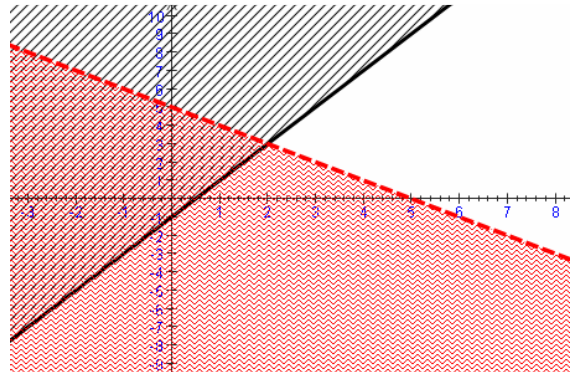
- Système d'inéquations linéaires
 - ◇ Représentation graphique de l'ensemble solutions

Système d'inéquations linéaires

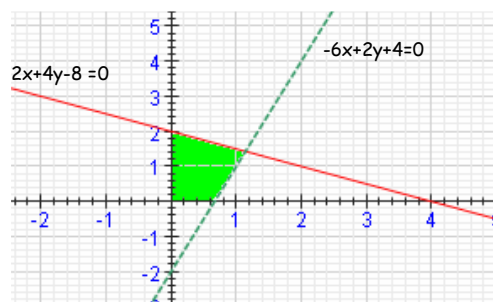
La solution d'un système d'équations linéaires à deux variables est l'ensemble des coordonnées qui rendent vraies toutes les équations du système. De même, la solution d'un système d'inéquations linéaires à deux variables est un ensemble de coordonnées qui rendent vraies toutes les inéquations du système.

Pour représenter graphiquement deux inéquations à deux variables, on trace chaque droite comme d'habitude, mais s'il n'y a pas de signe = avec le > ou <, on fait la ligne pointillée au lieu d'une. Ensuite, on hachure le bon côté pour chaque droite de différentes couleurs, la partie qui est hachurée deux fois est la réponse. Si une des lignes est pointillée, le point d'intersection des deux droites doit être vide.

Exemple : Résous graphiquement ce système d'inéquations.
 $y \geq 2x - 1$ et $y < -x + 5$



Exemple : Écris un système d'inéquation correspondant au diagramme.



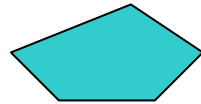
Pour la droite $2x + 4y - 8 = 0$, la ligne est pleine et on hachure en bas de la droite donc $2x + 4y - 8 \leq 0$
et la droite $-6x + 2y + 4 = 0$, la droite est pointillée et on hachure en haut de la droite donc $-6x + 2y + 4 \geq 0$.

***2.5 La résolution des systèmes d'inéquations linéaires p. 85 # 1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 21, 27, 33, 41, 46, 47, 48, 49, 50

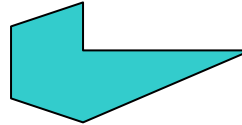
Mathématiques 30311

◇ Polygone de contraintes

Un polygone est une figure plane formée d'au moins trois segments de droite. Les polygones peuvent être concaves ou convexes. Un polygone est convexe quand un segment de droite qui relie toute paire de points sur le polygone est entièrement à l'intérieur de la figure.



Polygone convexe



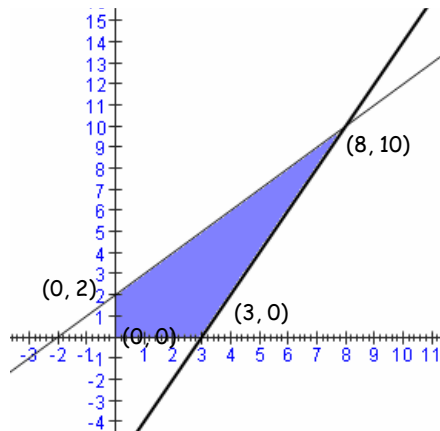
polygone concave

Comme l'exemple de la page précédente, quand on a plusieurs inéquations sur le même graphique, on forme des polygones. Il faut trouver chaque point d'intersections de deux droites, soit par substitution ou élimination, on essaie de trouver si ce point représente un point minimum ou un point maximum.

Ex : Représente graphiquement chaque système d'inéquations. Écris dans le plan cartésien les coordonnées des sommets de la région polygonale. Avec ces sommets, trouve le maximum et le minimum $x + 2y$.

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ y &\leq x + 2 \\ y &\geq 2x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad y &= x + 2 \\ \textcircled{2} \quad y &= 2x - 6 \\ \textcircled{1} - \textcircled{2} \quad 0 &= -x + 8 \\ x &= 8 \\ \text{donc, } y &= 10 \end{aligned}$$



On remplace dans $x + 2y$, pour trouver quelle coordonnée donne le maximum.

$(0, 0)$	$(3, 0)$	$(0, 2)$	$(8, 10)$
$(0) + 2(0)$	$(3) + 2(0)$	$(0) + 2(2)$	$(8) + 2(10)$
0	3	4	$8 + 20$
			28

donc, la coordonnée qui donne la plus grande valeur est $(8, 10)$.

***Découvertes mathématiques p. 90-91 # $\textcircled{1}$ 1, 2, 3, 5, 6 $\textcircled{2}$ 1, 3 $\textcircled{3}$ 1, 3

Mathématiques 30311

- Fonction de l'objectif

◇ Règle

Il faut trouver les inéquations qui correspondent à chaque problème, il faut identifier les variables.

Ex : Kim organise un solde de fin de semaine à sa boutique de vêtements. Il a décidé d'annoncer cet événement à la radio. Il veut que son message soit diffusé au maximum 10 fois et il ne veut pas dépenser plus de 2400\$. Pour un message publicitaire de 30 secondes, la station demande 300\$ si la diffusion a lieu entre 6h et 9h, et 200\$ si elle a lieu entre 16h et 18h. La station a 8000 auditeurs entre 6h et 9h, et 6000 auditeurs entre 16h et 18h. Kim veut savoir combien de fois il devrait faire diffuser sa publicité dans chaque case horaire pour maximiser le nombre de personnes qui entendront son message publicitaire.

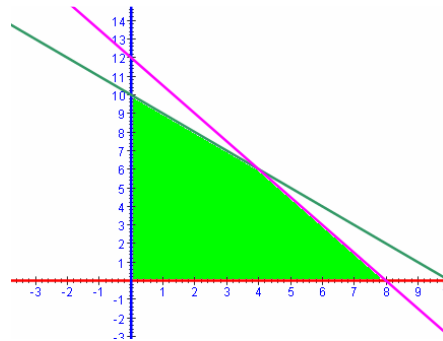
x - nb de messages à 300\$

y - nb de messages à 200\$

$x \geq 0$ } Le nombre de messages ne peut pas être négatif.
 $y \geq 0$ }

$x + y \leq 10$ Il veut 10 diffusions au maximum.

$300x + 200y \leq 2400$ Il ne veut pas dépenser plus de 2400\$.



◇ Évaluation

Il faut trouver tous les sommets de la région admissible.

(0, 0), (8, 0), (0, 10) et pour trouver l'endroit où les deux droites se croisent, on utilise la méthode d'élimination ou la méthode de substitution.

① $x + y = 10$

② $300x + 200y = 2400$

① $\times 300$ $300x + 300y = 3000$

① - ② $100y = 600$

$y = 6$ alors $x = 4$

◇ Optimisation

Elle veut que le maximum possible de personnes qui l'entendent.

Il y en a 8000 qui écoutent à celle de 300\$ et 6000 qui écoutent à celle de 200\$, donc l'expression à évaluer est : $8000x + 6000y$. On remplace chaque sommet dans cette expression, et on prend la plus grande valeur.

(0, 0)	(8, 0)	(0, 10)	(4, 6)
$8000(0) + 6000(0)$	$8000(8) + 6000(0)$	$8000(0) + 6000(10)$	$8000(4) + 6000(6)$
0	64000	60000	$32000 + 36000$
			68000

donc le nombre maximal de personnes qui peuvent entendre le message est de 68000, lorsqu'il fait 4 messages à 300\$ et 6 messages à 200\$.

***Mathématiques et monde des affaires p. 92 – 93 ② 1, 2, 3, 4, 5

Mathématiques 30311

****Révisions # 2.1 – 1,3, 17, 23, 31 2.3 – 35, 51, 55, 56 2.5 – 59, 61, 63, 67, 73*